http://res-nlp.univ-lemans.fr/NLP_E_M10_G01_03/co/NLP_E_M10_G01_03.html

# Claquage de fusible

## Énoncé

On étudie un fusible constitué d'un fil de plomb de longueur $l$ , de rayon $r$ , parcouru par un courant électrique d'intensité $I$ . La température de fusion du plomb est égale à $T_f = 600\mathrm{K}$ . On rappelle l'expression de la puissance électrique dissipée par effet Joule dans: $P = \frac{\rho\, l}{\pi\, r^2} I^2$ , où $\rho = 20{,}6 10^{-8} \Omega.\mathrm{m}$ est la résistivité électrique du plomb.

1 Le fusible échange de la chaleur dans l'air environnant à température $T_a = 300\mathrm{K}$ . On considère que les parois entourant le système électrique sont à une température $T_p = T_a$ .
Quels modes de transfert de chaleur interviennent dans ces échanges (on donnera une explication qualitative pour chacun des modes) ?

2 On rappelle les expressions des densités de flux de chaleur d'échanges par convection et par rayonnement thermique
$\varphi_{cv} = h_{cv}(T - T_a)$ et $\varphi_r = \sigma(T^4 - T_p^4)$ (on a ici supposé des émissivités de surface égales à l'unité).

- Comment appelle-t-on la constante $\sigma$ ?
- Montrer qu'aux températures ordinaires ( $T \simeq T_a$ ), les échanges par convection sont du même ordre de grandeur que ceux par rayonnement. On utilisera l'identité :
  $$T^4 - T_p^4 = (T^3 + T^2 T_p + T T_p^2 + T_p^3)(T - T_p)$$
  On considérera $h_{cv} = 5\mathrm{W m^{-2} K^{-1}}$ .
- Comparer, à la température de fusion du plomb, les échanges par convection et ceux par rayonnement. Calculer la densité de flux de chaleur totale $\varphi_t$ échangée.

3 On désire établir, à la température de fusion du plomb, c'est à dire à la température de "claquage" du fusible, la relation entre l'intensité $I$ et le rayon $r$ du fusible.

- A partir d'un bilan thermique où on considère que tout le fusible est à température $T_f$ , établir la relation liant $P$ , $\varphi_t$ et la surface latérale du fusible.
- En déduire la relation liant $I$ et $r$ . Commenter cette relation. Quelle intensité supporte un fusible de rayon $r = 0{,}5\mathrm{mm}$ ?

Le bilan thermique est obtenu pour un régime permanent, c'est à dire une température d'équilibre du fusible pour laquelle les échanges thermiques se compensent.

## Solution détaillée

1 Les modes de transfert de chaleur qui interviennent sont la convection naturelle et le rayonnement thermique.
Dans la convection thermique naturelle, l'échange de chaleur se produit entre le fusible et la zone d'air qui l'environne. Cette zone d'air change de température et est mis en mouvement naturellement suite à la modification de sa masse volumique (une diminution dans le cas d'une augmentation de température) par rapport à son environnement. Le volume d'air en contact est alors remplacé par un autre.
L'échange de chaleur par rayonnement a lieu suite à la différence de température entre le fusible et les parois qui l'entourent, qui possèdent ainsi des puissances émises par rayonnement différentes.

- $\sigma$ s'appelle la constante de Stefan-Boltzmann.
- Les échanges radiatifs sont proportionnels à la différence $T^4 - T_a^4$ .
  Pour $T \simeq T_a$ , l'identité $T^4 - T_a^4 = (T^3 + T^2 T_a + T T_a^2 + T_a^3)(T - T_a)$ se simplifie en
  $T^4 - T_a^4 \simeq 4 T_m^3 (T - T_a)$ , avec $T_m = \frac{1}{2}(T + T_a)$
  Alors, les échanges radiatifs se linéarisent en fonction de la température :
  $$\varphi_r = 4\,\sigma\, T_m^3 (T - T_a)$$
  soit $\varphi_r = h_r (T - T_a)$
  avec la définition d'un coefficient d'échange radiatif $h_r = 4\,\sigma\, T_m^3$ .
  L'application numérique donne $h_r = 4 5{,}67 10^{-8}\ \ 300^3 = 6{,}1 \mathrm{W m^{-2} K^{-1}}$
  Cette valeur est tout à fait proche de $h_{cv}$ , donc les échanges connectifs et radiatifs sont alors du même ordre.
- A la température de fusion du plomb $T = 600\mathrm{K}$
  $\varphi_{cv} = 5(600 - 300) = 1500 \mathrm{W m^{-2}}$ et $\varphi_r = 5{,}67\ 10^{-8}(600^4 - 300^4) = 6889 \mathrm{W m^{-2}}$
  Les échanges radiatifs sont donc prépondérants.
  La densité de flux de chaleur totale $\varphi_t$ échangée vaut donc $8389 \mathrm{W m^{-2}}$ .
- On établit le bilan thermique du fusible en écrivant que la puissance dissipée par effet Joule dans le fusible est égale à la

puissance totale échangée par le fusible avec son environnement. Ainsi,

$$P = (\varphi_{cv} + \varphi_r)S_{fusible} = \varphi_t 2\pi\, r\, l = \frac{\rho\, l}{\pi\, r^2} I^2$$

- On déduit de l'expression obtenue :

$$I = \sqrt{\frac{2\pi^2\varphi_t}{\rho}} r^{\frac{3}{2}} = 8,97\ 10^5\ r^{\frac{3}{2}}$$

  Ainsi, l'intensité de claquage de fusible augmente avec son rayon.
  Pour un fusible de rayon $0,5\mathrm{mm}$ , on obtient une intensité $I = 10\mathrm{A}$ .
-